3年　数学　テスト対策プリント(展開・因数分解)　3年(　)組(　)番　名前(　　　　)

※解答は、濃くはっきりと丁寧に書くこと。※文字式は、すべての文字式の決まりに従って表すこと。

1 次の式を展開しなさい。 分からないときは分配法則をがんばる

(1) $(x+2)(y-3)$

$= xy-3x+2y-6$

※分配法則

(2) $(x+5)(x+2)$

$= x^2+7x+10$

※ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(3) $(x-7)(x+3)$

$= x^2-4x-21$

(4) $(x-7)(x+7)$

$= x^2-49$

$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

(5) $(x-4)^2$

$= x^2-8x+16$

$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$

(6) $(2x+3)(2x+5)$

$= (2x)^2+(3+5)\times 2x+3\times 5$

$= 4x^2+16x+15$

(7) $(3x+4y)^2$

$= (3x)^2+2\times 4y\times 3x+(4y)^2$

$= 9x^2+24xy+16y^2$

$x+y=A$ とする

(8) $(x+y+3)(x+y+2)$

$= (A+3)(A+2)$

$= A^2+5A+6$

$= (x+y)^2+5(x+y)+6$

$= x^2+2xy+y^2+5x+5y+6$

$x-y=A$ とする

(9) $(x-y+2)^2$

$= (A+2)^2$

$= A^2+4A+4$

$= (x-y)^2+4(x-y)+4$

$= x^2-2xy+y^2+4x-4y+4$

(10) $(x+y-4)(x-y+4)$

$= (x+(y-4))(x-(y-4))$

$= (x+A)(x-A)$

$= x^2-A^2$

$= x^2-(y-4)^2$

$= x^2-(y^2-8y+16)$

$= x^2-y^2+8y-16$

(12) $-5a(a-3b+2)$

$= -5a^2+15ab-10a$

(13) $(4a^2b+2ab)\div\left(-\frac{2}{3}ab\right)$ → $-\frac{2ab}{3}$

$= (4a^2b+2ab)\times\left(-\frac{3}{2ab}\right)$

$= -6a-3$

2 次の式を因数分解しなさい。 ※共通因数⇒公式の順でする

(1) $6x^2y-8xy^2$

$= 2xy(3x-4y)$

(2) x^2-5x+6

$= (x-2)(x-3)$

(3) x^2-x-2

$(x-2)(x+1)$

(4) x^2+6x+9

$= (x+3)^2$

(5) $100x^2-36y^2$

$= 4(25x^2-9y^2)$

$= 4(5x+3y)(5x-3y)$

(6) $4x^2-12xy+9y^2$

$= (2x-3y)^2$

$x+y=A$ とする

(7) $2x^2+14x+24$

$= 2(x^2+7x+12)$

$= 2(x+3)(x+4)$

(8) $(x+y)^2+6(x+y)-16$

$= A^2+6A-16$

$= (A+8)(A-2)$

$= (x+y+8)(x+y-2)$

(9) $xy+2x-3y-6$

$= x(y+2)-3(y+2)$

$= (x-3)(y+2)$

(10) $(x+6)(x+2)+3$

$= x^2+8x+12+3$

$= x^2+8x+15$

$= (x+3)(x+5)$

(11) $4x^2-12xy+9y^2-16$

$= (2x-3y)^2-16$

$= A^2-16$

$= (A+4)(A-4)$

$= (2x-3y+4)(2x-3y-4)$

積の形

3 次のア〜エの式のうち、因数分解しているのはどれですか。記号ですべて答えなさい。

ア $x^2-5x=x(x-5)$

イ $x^2+7x+12=x(x+7)+12$

ウ $x^2+6x+8=(x+3)^2-1$

エ $x^2-9=(x+3)(x-3)$

4 次の式をくふうして計算しなさい。ただし、途中式も書くこと。

(1) 65^2-15^2

$= (65+15)(65-15)$

$= 80\times 50$

$= 4000$

(2) 4.8×5.2

$= (5-0.2)(5+0.2)$

$= 5^2-0.2^2$

$= 25-0.04$

$= 24.96$

(3) 101^2

$= (100+1)^2$

$= 100^2+2\times 1\times 100+1^2$

$= 1000+200+1$

$= 10201$

(4) $5.5^2\times 6.24-4.5^2\times 6.24$

$= (5.5^2-4.5^2)\times 6.24$

$= (5.5+4.5)(5.5-4.5)\times 6.24$

$= 10\times 1\times 6.24$

$= 62.4$

5 (1) $x=76$、$y=26$ のとき、$x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。 因数分解に代入する

$x^2-2xy+y^2 = (x-y)^2$

$= (76-26)^2$

$= 50^2$

2500

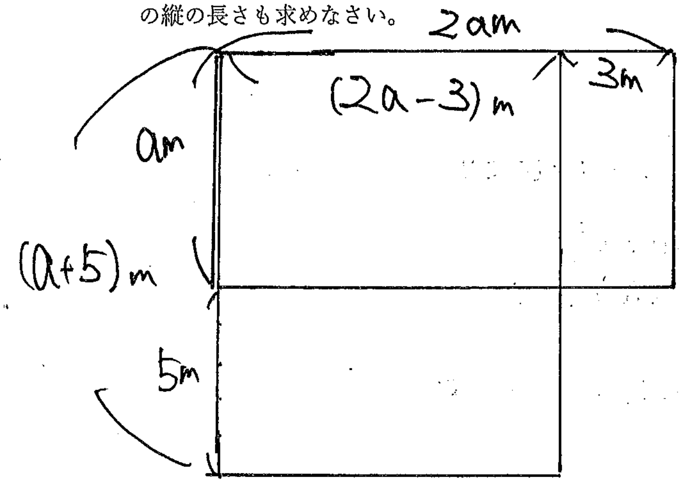
(2) $x+y=10$、$xy=-2$ のとき、x^2+y^2 の値を求めなさい。 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ の式変形を覚える

$x^2+y^2 = (x+y)^2-2xy$

$= 10^2-2\times(-2)$

$= 104$

6 縦 a m、横 $2a$ m の長方形の土地があります。この土地の縦を5m長くし、横を3m短くすると、面積はもとの土地よりどれだけ大きくなるか求めなさい。また、このとき、面積が55m²大きくなるとすると、もとの土地の縦の長さも求めなさい。



もとの面積 $a\times 2a = 2a^2$

5m縦を長くし
3m横を短くした

$(a+5)(2a-3)$

$= 2a^2-3a+10a-15$

$= 2a^2+7a-15$

よって2つの差は、$2a^2+7a-15-2a^2 = 7a-15$

面積が55m²大きくなるので、$7a-15=55$

$7a = 70$

$a = 10$

10m

7 連続する２つの奇数では、大きい方の奇数の２乗から小さい方の奇数の２乗をひいた差は、８の倍数になることを証明しなさい。

（証明） nを整数とする。連続する2つの奇数は 2n−1, 2n+1 と表せる

$(2n+1)^2-(2n-1)^2=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)$

$=8n$

nは整数なので、8nは8の倍数になる。

したがって、連続する2つの奇数では、大きい方の2乗から小さい方の2乗をひいた差は8の倍数になる

8 連続する３つの整数では、中央の数の２乗から１をひいた数は、残りの２数の積に等しくなります。このことを中央の数をｎとして証明しなさい。

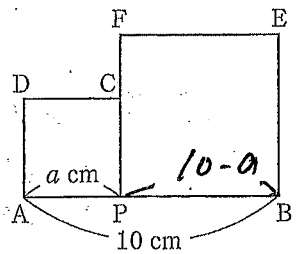
（証明） 連続する3つの整数は n−1. n. n+1 と表せる

中央の数の2乗から1ひいた数は n^2-1 …①

また 残りの2数の積は $(n-1)(n+1)=n^2-1$ …②

①.②より 連続する3つの整数では、中央の数の2乗から1ひいた数は残りの2数の積に等しくなる

9 図のように、長さ10ｃｍの線分ＡＢ上に、点ＰをＡＰ＝ａ ｃｍとなるようにとり、ＡＰ、ＰＢをそれぞれ１辺とする正方形をつくります。ＡＰ＜ＰＢのとき、正方形ＰＢＥＦの面積は、正方形ＡＰＣＤの面積よりどれだけ広いですか。



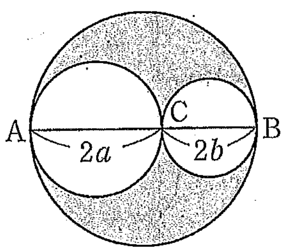
正方形APCDの面積は $a\times a=a^2$

正方形PBEFの面積は $(10-a)^2=100-2a+a^2$

2つの差は $(100-2a+a^2)-a^2$

$=100-2a$

10 図のように、線分 AB 上に点 C をとり、AB、AC、CB を直径とする円を書きます。このとき、AC＝2a、CB＝2b として、色のついた部分の面積を、a と b を用いて表しなさい。



直径ABとする円の半径は $(2a+2b)\div2=a+b$ より

面積は $\pi(a+b)^2=\pi(a^2+2ab+b^2)$

$=\pi a^2+2\pi ab+\pi b^2$

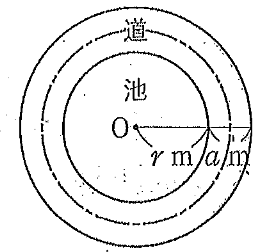
直径AC.CBを円とする半径はそれぞれ a. b より

面積は πa^2, πb^2

よって $(\pi a^2+2\pi ab+\pi b^2)-\pi a^2-\pi b^2$

$=2\pi ab$

11 半径ｒｍの円形の池の周囲に、幅ａｍの道があります。この道の面積をＳm²、道の中央を通る円周の長さを ℓ ｍとするとき、$S=a\ell$であることを証明しなさい。



道の面積Sm²は. $S=\pi(r+a)^2-\pi r^2$

$=\pi(r^2+2ar+a^2)-\pi r^2$

$=2\pi ar+\pi a^2$ …①

道の中央を通るℓmは半径$(r+\frac{a}{2})$mの円周の長さなので

$\ell=2\times(r+\frac{a}{2})\times\pi$

$=2\pi r+\pi a$

よって $a\ell=a(2\pi r+\pi a)$

$=2\pi ar+\pi a^2$ …②

①.②より $S=a\ell$

12 大和さんは、$(5x-3)^2$の展開を、次のように行いました。この展開は正しいですか。誤りがあれば正しく直しなさい。

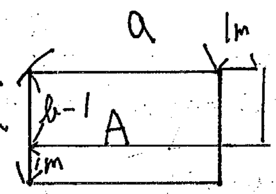
$(5x-3)^2=(5x)^2-2\times3\times x+3^2$
$=25x^2-6x+9$

$(5x-3)^2=(5x)^2-2\times3\times(5x)+3^2$

$=25x^2-30x+9$

横をam. 縦をbmとすると

$(a>b>1)$



横　縦

13 横が縦より長い長方形状の土地Ａがあります。土地Ａの縦を1m長く、横を1m短くした長方形状の土地Ｂをつくるとき、面積が大きいのはどちらの土地ですか。また、何 m² 大きいですか。

横の長さをam 縦の長さをbmとすると、土地Aの面積は ab m²

また土地Bは縦の長さは(b−1)m. 横の長さは(a+1)m と表せるので土地Bの面積は

$(b-1)(a+1)=ab+b-a-1$ m²

$b-a-1$は負の数になるので $ab+b-a-1$ は ab より小さくなる

したがって 土地Aの方が $ab-(ab+b-a-1)=a-b+1$ m² 大きくなる

14 次の式でa、bがそれぞれ整数であるとき、考えられるmの値をすべて求めなさい。

$$(x+a)(x+b)=x^2+mx+\underbrace{18}_{積が18}$$

$a+b=m$

$ab=18$

a	b	m
1	18	19
2	9	11
3	6	9
−1	−18	−19
−2	−9	−11
−3	−6	−9

−9, −11, −19

9　11　19

（証明の補充問題）

1 連続する３つの整数では、もっとも大きい数の２乗からもっとも小さい数の２乗をひいた差は、中央の数の４倍になることを証明しなさい。

連続する3つの整数は n-1, n, n+1 と表せる。

もっとも大きい数の2乗から、もっとも小さい数の2乗をひいた差は、

$(n+1)^2-(n-1)^2=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)$

$=4n$

(nは整数なので) 4n は 中央の数の4倍 となる

したがって、連続する3つの整数で、もっとも大きい数の2乗からもっとも小さい数の2乗をひいた差は中央の数の4倍となる

2 連続する２つの奇数のそれぞれの２乗の和に６を加えると、８の倍数になることを証明しなさい。

連続する2つの奇数は 2n-1, 2n+1, と表せる

$(2n-1)^2+(2n+1)^2+6=(4n^2-4n+1)+(4n^2+4n+1)+6$

$=8n^2+8$

$=8(n^2+1)$

n^2+1は整数なので $8(n^2+1)$は 8の倍数になる。

したがって、連続する2つの奇数のそれぞれの2乗の和に6を加えると、8の倍数になる。

3 連続する２つの整数では、大きい方の２乗から小さい方の数の２乗をひいた差は、はじめの２数の和に等しいことを証明しなさい。

連続する2つの整数は n, n+1 と表せる

大きい方の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、$(n+1)^2-n^2=(n^2+2n+1)-n^2$

$=2n+1$ …①

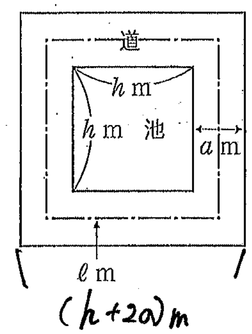
また、2数の和は $n+n+1=2n+1$ …②

①、②より、連続する2つの整数では、大きい方の2乗から小さい方の2乗をひいた差は はじめの2数の和に等しい

4 連続する３つの整数では、中央の数の２乗から１ひいた差は、残りの２数の積に等しくなります。このことを、中央の数をｎとして証明しなさい。

（図形の証明の補助問題）

1 図のように１辺がｈｍの正方形の池の周囲に、幅ａｍの道があります。この道の面積をＳm²、道の中央を通る円周の長さをl mとするとき、$S=al$であることを証明しなさい。



道の面積Sm²は、

$S=(h+2a)^2-h^2$

$=h^2+4ah+4a^2-h^2$

$=4ah+4a^2$ …①

また、道の中央を通る長さlmは

$l=4(h+a)$

$=4h+4a$

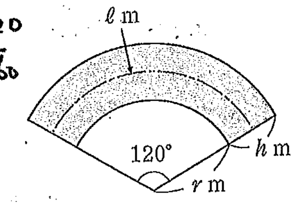
よって

$al=a(4h+4a)$

$=4ah+4a^2$ …②

①、②より $S=al$ //

2 中心角120°、半径ｒｍのおうぎ形の花だんの外側に右のように、一定の幅ｈｍで芝生を植えようと思います。芝生を植える部分の面積をＳm²、芝生を植える部分の中央を通る弧の長さをl mとするとき、$S=hl$であることを証明しなさい。



道の面積Sm²は

$S=\pi(r+h)^2\times\frac{120}{360}-\pi r^2\times\frac{120}{360}$

$=\frac{1}{3}\pi r^2+\frac{2}{3}\pi rh+\frac{1}{3}\pi h^2-\frac{1}{3}\pi r^2$

$=\frac{2}{3}\pi rh+\frac{1}{3}\pi h^2$ …①

また、芝生を植える部分の中央を通る弧の長さlmは

$l=2(r+\frac{h}{2})\pi\times\frac{120}{360}$

$=\frac{2}{3}\pi r+\frac{1}{3}\pi h$

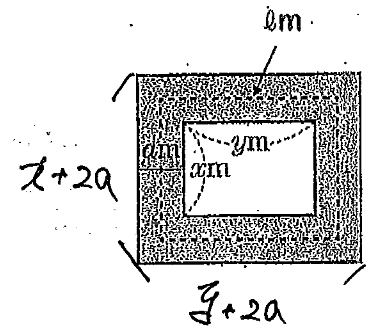
よって

$hl=h(\frac{2}{3}\pi r+\frac{1}{3}\pi h)$

$=\frac{2}{3}\pi rh+\frac{1}{3}\pi h^2$ …②

①②より $S=hl$ //

3 図のように縦x m、横y mの長方形の池の周囲に幅a mの道があります。この道の面積をSm²、道の中央を通る線全体の長さをl mとするとき、$S=al$であることを証明しなさい。



道の面積は

$S=(x+2a)(y+2a)-xy$

$=xy+2ax+2ay+4a^2-xy$

$=2ax+2ay+4a^2$ …①

また、道の中央を通る線全体の長さlは

$l=2(x+a+y+a)$

$=2x+2y+4a$

よって

$al=a(2x+2y+4a)$

$=2ax+2ay+4a^2$ …②

よって ①②より

$S=al$ //

3年　数学　テスト対策プリント(平方根)　3年(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

※解答は、濃くはっきりと丁寧に書くこと。※文字式は、すべての文字式の決まりに従って表すこと。

1 次の数の平方根を求めなさい。

(1)16　(2)17　(3)0.9　(5)$\frac{4}{49}$

± 16　$\pm\sqrt{17}$　$\pm\sqrt{0.9}$　$\pm\frac{2}{7}$

2 次の数を、根号を使わずに表しなさい。

(1)$\sqrt{49}$　(2)$\sqrt{(-10)^2}$　(3)$-\sqrt{0.16}$　(4)$(-\sqrt{3})^2$

7　10　-0.4　3

3 次の数の大小を、不等号で表しなさい。

(1)$\sqrt{18}$、$\sqrt{14}$、4　$4=\sqrt{16}$

(2)$\sqrt{10}$、-6、$-\sqrt{10}$、9　$-\sqrt{36}$　$\sqrt{81}$

$\sqrt{14}<4<\sqrt{18}$　$-6<-\sqrt{10}<\sqrt{10}<9$

4 次のことは正しいですか。正しければ○、誤りがあれば下線の部分を正しく直しなさい。

(1)16 の平方根は <u>4</u> である。　± 4

(2)$\sqrt{9}$は <u>± 3</u> である。　3

(3)$\sqrt{(-6)^2}$は <u>-6</u> に等しい。　6

5 次の式を満たす自然数xの値をすべて求めなさい。

$3<\sqrt{x}<4$ ⇒ $\sqrt{9}<\sqrt{x}<\sqrt{16}$

根号がとれる数　x=10. 11. 12. 13. 14. 15

6 $\sqrt{8}$より大きく$\sqrt{55}$より小さい整数をすべて求めなさい。

$\sqrt{9}$. $\sqrt{16}$. $\sqrt{25}$. $\sqrt{36}$. $\sqrt{49}$　3. 4. 5. 6. 7

7 次の数の中で有理数であるものをすべて書きなさい。

$\sqrt{7}$、$\frac{11}{9}$、$\sqrt{\frac{9}{16}}$、$-\frac{3}{7}$、$\sqrt{64}$、π、$-\sqrt{9}$

8 0.729729729729…は循環小数になります。この小数の小数第 2023 位の数を求めなさい。

729が何回繰り返されるか考えると $2023\div 3=674$ あまり1

674回繰り返されて1つ数があまる

$0.\underbrace{729}_{①}\underbrace{729}_{②}\cdots\cdots\underbrace{729}_{673}\underbrace{729}_{674}7$ あまり1.

7

9 $\sqrt{135n}$が自然数になるような自然数nのうちで、もっとも小さい数と2番目に小さい数を求めなさい。

135を素因数分解して

$135=3^3\times 5$

$\sqrt{135n}=\sqrt{3^2\times 3\times 5\times n}$

$=\sqrt{3^2}\times\sqrt{3\times 5\times n}$

$=3\times\sqrt{3\times 5\times n}$

根号がとれるには2乗にならなければならないので $n=15$ …最小の数

2番目の数は $15\times 2^2=60$

15.　60

10 循環する無限小数0.27272727…を分数で表しなさい。

$0.27\cdots\cdots=a$とする

$100a=27.2727..$

$-)\quad a=0.2727..$

$99a=27$

$a=\frac{27}{99}$

$a=\frac{3}{11}$

$\frac{3}{11}$

11 nを1けたの自然数とします。$\sqrt{n+18}$が整数となるようなnの値を求めなさい。

7